Lecture au sujet du : « Nombre d'Or »

I. Définition et valeur du nombre d'or (noté Phi)

Le nombre d'Or est la racine positive de $x^2 - x - 1 = 0$ soit : Phi = $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

[provenant de Phidias] valant environ : 1,618 033. On le rencontre en particulier dans :

- **Le Pentagone régulier:** L'angle entre deux côtés consécutifs du **pentagone régulier** vaut 108°. **Et alors (exercice) on a : AC/AB = Phi**
- **La Suite de Fibonacci :** qui s'obtient par la relation : $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

Voici ses **premiers termes** : $F_1 = 1$; $F_2 = 1$; $F_3 = 2$; $F_4 = 3$; 5, 8, 13, 21, 34 ...etc

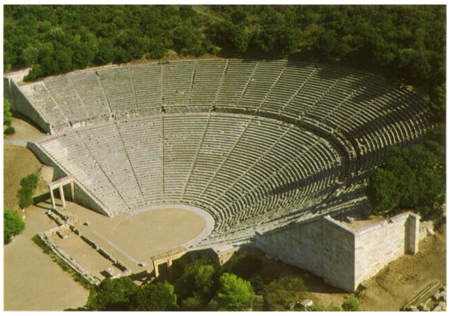
Si on calcule les quotients : $\frac{F_2}{F_1}$; $\frac{F_3}{F_2}$; ... c'est-à-dire les quotients $\frac{F_{n+1}}{F_n}$, on remarque que l'on obtient des nombres qui se rapprochent du nombre d'or. D'ailleurs, on a :

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right] \text{ à peu près } = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n.$$

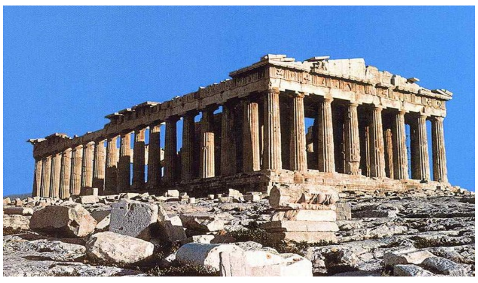
(d'où le rapport ci-dessus qui tend vers Phi)

II. Le nombre d'or dans la Sculpture Grecque

Durant la période classique de la Grèce Antique, on trouve dans les œuvres une grande importance accordée à la recherche de l'harmonie... Ainsi apparait le nombre d'or dans l'architecture comme pour la façade du Parthénon à Athènes inscrite dans un rectangle d'or



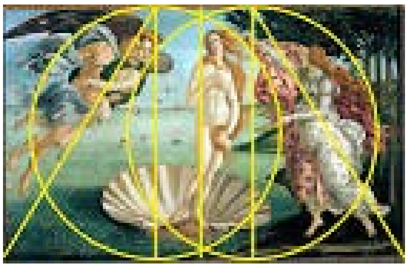
Le théâtre d'Epidaure démontre également une utilisation du nombre d'or par rapport aux gradins : 55 gradins répartis en deux séries de 34 et 21; 34/21 et (34+21) / 34 proches du nombre d'or… En sculpture, le visage est proportionné en utilisant des rectangles d'or ainsi que le corps ; c'est ainsi que le sculpteur grec Phidias (à qui on doit la lettre Phi) utilise ce nombre pour décorer le Parthénon, et en particulier sculpter la statue d'Athéna Parthénos :

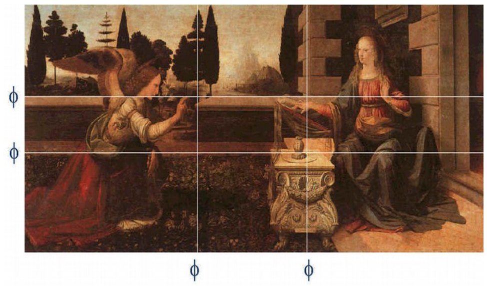


(L'appellation Phi pour le Nombre d'Or vient de Phidias.)

<u>Phidias</u> est né à Athènes, peu après la bataille de Marathon, vers 490 avant Jésus-Christ. Sculpteur du premier classicisme grec, sa première grande œuvre est <u>Athéna Promachos</u> pour l'Acropole, en 460... Il est ensuite choisi par Périclès pour exécuter diverses statues pour le Parthénon et pour superviser l'ensemble des sculptures. Il réalise lui-même la statue chryséléphantine c'est-à-dire faite d'or (en réserve !) et d'ivoire, <u>d'Athéna Parthénos (12m)</u> dédiée en 438 (il existe plusieurs copies en marbre). Il a aussi réalisé <u>Zeus Chryséléphantin</u> l'une des Sept Merveilles du Monde. Et meurt en 430, avant Jésus-Christ, exilé à Olympie.

III. **Le nombre d'or dans la peinture**



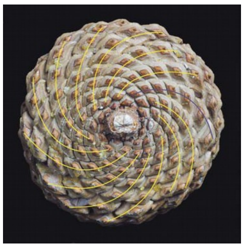


Les personnages dans un tableau sont-ils distribuées stratégiquement, ou le tout est le fruit du hasard ? En fait le peintre a déterminé la place de chacun grâce au... nombre d'or ! *La naissance de Vénus* de **Sandro Botticeli** en est un exemple parfait... (ci-dessus: La déesse temps en train de recouvrir Vénus d'un manteau) : déjà, le format du tableau est un rectangle d'or; et deux autres rectangles d'or sont construit aux extrémités... Puis en traçant une diagonale dans les deux rectangles d'or, sont placés les personnages... Et enfin, on peut tracer 2 cercles comme ci-dessus … et à leur intersection est placée Vénus …

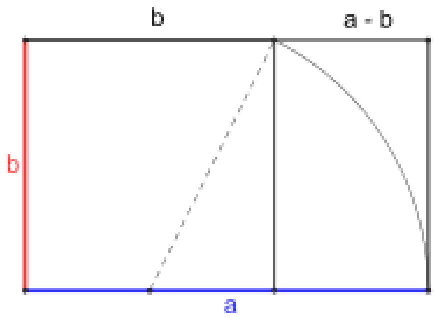
3 autres exemples : **Léonard de Vinci , L'Annonciation** **ci-dessus en II.** **Léonard de Vinci** **dessous en III :** **Les diagonales des rectangles d'or mettent en valeur l'alignement des visages et des regards (de Sainte Anne ... jusqu'à l'agneau)** **et en IV ci-dessous :** **Vélasquez...**

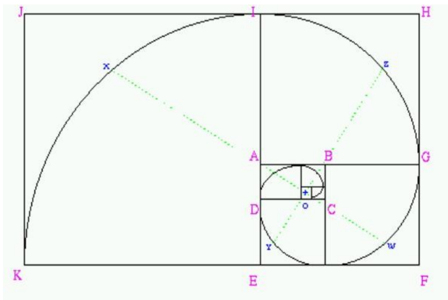
IV. Le nombre d'or dans la nature... (des spirales d'Or)



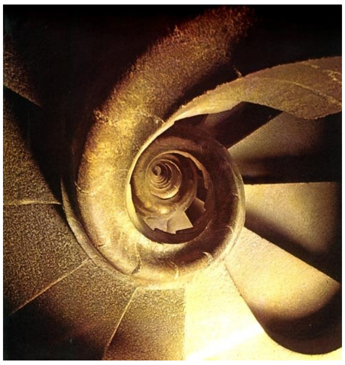



On peut représenter cette spirale (appelée la spirale d'or) en la construisant à partir du rectangle d'Or: si longueur a et largeur b, on dessine un carré de côté b; en prenant le milieu de la base comme centre, on trace un cercle passant par les sommets opposés à la base (ci-dessous fig.1) ... L'intersection de la droite de base du carré et du cercle détermine **l'extrémité de la base du rectangle d'or**. Puis la spirale obtenue (en fig.2 en construction approchée) est présente dans pas mal d'éléments de la nature (tournesols, pommes de pins, coquillages) ainsi que dans la disposition de feuilles ou de pétales sur diverses plantes …





a/b = b/ (a-b) donne assez aisément (exercice) x=a/b= Phi=1,618....


A droite, voici un exemple en Architecture : **La Sagrada Familia à Barcelone (Espagne)**
«les bancs moulés selon l'anatomie du corps humain »... [la] spirale logarithmique de l'escalier de **Gaudi** selon le coquillage du Nautile … Gaudi dans sa construction amène l'harmonie de part les proportions ; pas de hasard, l'escalier en fait partie; etc.

V. Enfin quelques autres présences du nombre d'or :

On a donc constaté que beaucoup de grandes œuvres d'art utilisent ce nombre :
Rappelons au moins (en résumé) « les trois génies de la Renaissance » :

- **Michel-Ange (La Pieta),**
- **Léonard de Vinci,**
- **Raphaël Sanzio ...**

- Mais aussi ailleurs :

■ **A la mosquée de Kairouan en Tunisie ?...**

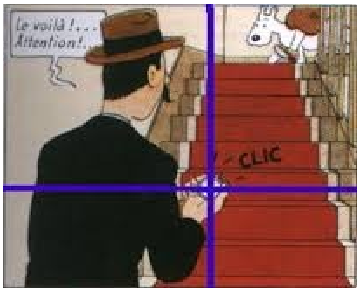
. Les architectes arabes aussi n'ont pas manqué à ces traditions … Ainsi: le nombre d’or aurait été volontairement employé dans la grande mosquée d’El Kairouan...

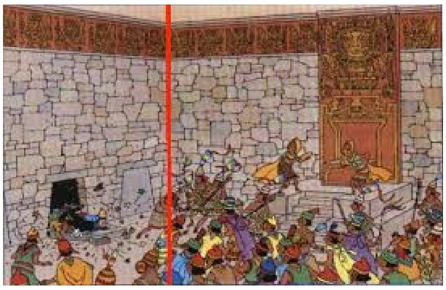
Plusieurs problèmes intéressants et résolus ont été recensés dans les monuments Kairouanais se référant à la construction des pentagones ou hexagones réguliers, inscrits dans un carré... Voir des travaux de décoration et d'ornement arabesques qu'on peut voir au Mausolée Abi Zamaa balaoui ou bien à Sidi abid Ghariani …

. L'exemple le plus frappant dans ce domaine est le bassin des aghlabites formé par deux bassins de forme polygonale... Le grand est un polygone régulier simple de 64 cotés qui est 2 puissance 6 … Le petit, de décantation, nous donne une idée sur la recherche scientifique avancée des arabes au IXe siècle. Il s'agit d'un polygone à 17 cotés qui est vraiment étonnant pour cette époque car sa construction à la règle et au compas n'a été trouvée que neuf siècles plus tard (1796) par le génial mathématicien Allemand C.F. Gauss. **Les Grecs ont montré la division par 3 et par 5; donc on peut construire les polygones réguliers de 6, 8, 10, 12, 15 côtés par exemple; mais ils nous informent qu'ils n'ont pas pu construire ceux de 7, 9, 11 et 13 cotés. Cependant ils n'ont pas parlé du polygone de 17 côtés... Etait-ce un signe qu'à cette époque on en cherchait la solution? Les Kairouanais ont-ils trouvé la construction d'un polygone à 17 cotés 9 siècles avant Gauss ?... En tout cas, Kairouan se distingue par l'orthodoxie des constructions des polygones constructibles: jamais de polygone à 7, 9 ou 11 côtés.**

. De plus, l'architecte qui a construit la Grande mosquée a ajusté largeur et longueur de son édifice, au mètre près, pour que le rapport des cotés donne : le nombre d'or…

■ **Dans les bandes dessinées ! *(Hergé: Tintin et Milou)* …**





■ **enfin à « Notre Dame » à Paris (au passage, c’est là qu’est le kilomètre 0)**

A-t-on observé l’architecture de « Notre Dame de Paris » ? (…) S'est-on déjà interrogé sur ses dimensions ? Si on pose la question c’est que cette cathédrale mondialement connue utilise dans ses proportions le fameux Nombre d’Or ! Observons sa façade Ouest

Elle s’inscrit dans un rectangle... et si on divise sa longueur (environ 69 m) par sa largeur (environ 40 m) on obtient à peu près le nombre Phi=1.618...